

# TEORIE AUTOMATŮ A FORMÁLNÍCH JAZYKŮ

KI/AFJ

**Jiří Barilla**



Ústí nad Labem 2020

- Předmět:** Teorie automatů a formálních jazyků
- Studijní program:** Aplikovaná informatika, Učitelství informatiky pro střední školy
- Klíčová slova:** Konečné automaty, jazyky, Nerodova věta, redukce, realizace, nedeterministické automaty, uzávěrové vlastnosti, regulární jazyky a výrazy, Chomského rozdělení, bezkontextové gramatiky, zásobníkové automaty, Turingovy stroje.
- Anotace:** V tomto kurzu se studenti seznámí s teoretickými základy konečných automatů, gramatik a zásobníkových automatů. Je kladen důraz na propojení matematické teorie s praktickou realizací. Získané znalosti umožní lepší pochopení základních principů konstrukce počítačů a základů programovacích jazyků. Teorie automatů je úzce spojena s teorií formálních jazyků, a proto automaty jsou často označovány za třídu formálních jazyků, které je možno rozpoznat.

Jazyková korektura nebyla provedena, za jazykovou stránku odpovídá autor.

© Katedra informatiky PřF UJEP v Ústí nad Labem, 2020  
Autor: doc. Ing. Mgr. Jiří Barilla, CSc.









## OBSAH

Úvodní slovo .....	4
1 Konečné automaty (KA) – reprezentace, jazyky rozpoznatelné konečnými automaty .....	5
2 Redukce a realizace konečných automatů .....	8
3 Nedeterministické konečné automaty .....	14
4 Gramatiky – Chomského rozdělení gramatik, regulární gramatiky.....	17
5 Regulární jazyky – uzávěrové vlastnosti, vztah ke KA .....	20
6 Aplikace regulárních jazyků a automatů – regulární výrazy a jejich druhy .....	23
7 Bezkontextové gramatiky .....	26
8 Zásobníkové automaty .....	29
9 Aplikace bezkontextových jazyků a zásobníkových automatů – LR/LL syntaktický analyzátor, ANTLR .....	32
10 Turingovy stroje – modely a jejich vlastnosti .....	35
11 Nerozhodnutelnost – Churchova-Turingova teze, Postův korespondenční problém.....	38
12 Ekvivalentní reprezentace Turingova stroje – RASP.....	41
13 Praktické aplikace .....	43

## ÚVODNÍ SLOVO

Studijní opora *Teorie automatů a formálních jazyků* vznikla jako učební materiál pro studenty katedry informatiky Přírodovědecké fakulty Univerzity Jana Evangelisty Purkyně. Je určena studentům předmětu *Teorie automatů a formálních jazyků* s cílem porozumět základním teoretickým pojmům v oblasti informačních systémů. Absolvent by po úspěšném zakončení kurzu měl být schopen využít získané znalosti ve specializovaných informatických předmětech, což by mu mělo umožnit snadnější studium těchto předmětů a lepší pochopení souvislostí mezi nimi.

### Vysvětlivky k používaným symbolům

	<b>Cíle kapitoly</b>
	<b>Klíčová slova</b> nebo <b>Slovníček pojmů</b>
	<b>Kontrolní otázky a úkoly</b> prověřují, do jaké míry studující text a problematiku pochopil, zapamatoval si podstatné a důležité informace a zda je dokáže aplikovat při řešení problémů
	<b>Úkoly k textu</b> je potřeba je splnit neprodleně, neboť pomáhají k dobrému zvládnutí následující látky.
	<b>Otázky k zamyšlení</b>
	<b>Místo pro vaše poznámky</b>
	<b>Odkazy na literaturu</b> a další zdroje
	<b>Shrnutí opory</b>

# 1 KONEČNÉ AUTOMATY (KA) – REPREZENTACE, JAZYKY ROZPOZNATELNÉ KONEČNÝMI AUTOMATY

## ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s konečnými automaty a jazyky rozpoznatelnými konečnými automaty. Tato teorie tvoří základ pro pochopení software a hardware počítačů.



## CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly lépe porozumíte principům počítačů a programovacích jazyků a budete umět navrhovat jednoduché konečné automaty rozpoznávající určitý jazyk.



## KLÍČOVÁ SLOVA

Konečný automat, stavy, vstupní symboly, přechodová funkce, stavový diagram, znak, slovo.

Předmětem zájmu **teorie konečných automatů** je každý systém, u kterého můžeme vymezit konečně mnoho stavů, do nichž se může dostat, a konečně mnoho druhů vnějších podmětů působících změny stavů. Přitom je podstatné, aby stav systému a vnější podnět vždy jednoznačně určovaly následující stav. Jazyk rozpoznatelný konečným automatem je takový jazyk, jehož slova automat rozpoznává.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 15 – 23. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 36 – 47. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice konečného automatu
- Repräsentace konečného automatu přechodovou funkcí, tabulkou, stavovým diagramem a stavovým stromem
- Definice konečné abecedy a jazyka
- Definice zobecněné přechodové funkce
- Jazyk rozpoznatelný konečným automatem

## OTÁZKY

1. Co je to konečný automat?
2. Jak pracuje konečný automat?
3. Jak rozpoznává konečný automat slovo a jazyk?
4. Definujte zobecněnou přechodovou funkci.
5. Jaký je rozdíl mezi klasickou a zobecněnou přechodovou funkcí?
6. Definujte jazyk rozpoznatelný konečným automatem.

## ÚKOLY

1. Automat zadaný tabulkou vyjádřete stavovým diagramem a stavovým stromem. Zjistěte, jestli je rozpoznatelné slovo 00101.

	0	1
→q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>
←q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>0</sub>

2. Zřetězte slova  $u = abcdef$  a  $z = klimnopqr$
3. Je dán jednoduchý KA, který pracuje nad abecedou  $\Sigma = \{a, b\}$  a je tvořen stavy  $q_0, q_1, q_2, q_3$ . O tomto automatu platí, že ze stavu  $q_0$  přejde po příchodu znaku  $a$  do stavu  $q_1$  a po příchodu znaku  $b$  do stavu  $q_2$ , ze stavu  $q_1$  přejde po příchodu znaku  $a$  do stavu  $q_0$  a po příchodu znaku  $b$  do stavu  $q_2$ , ze stavu  $q_2$  přejde po příchodu znaku  $a$  do stavu  $q_3$  a po příchodu znaku  $b$  do stavu  $q_1$  a ze stavu  $q_3$  přejde po příchodu znaku  $a$  do stavu  $q_2$  a po příchodu znaku  $b$  do stavu  $q_0$ . Určete stav, v kterém se bude nacházet automat  $A$  po přečtení slova  $abab$ , pokud čtení tohoto slova začíná ve stavu  $q_0$ .
4. Sestrojte konečný automat, který rozpoznává jazyk  $L = \{w \in \{0, 1\}^* ; w \text{ začíná i končí stejným symbolem, } |w| \geq 2\}$
5. Sestrojte konečný automat, který rozpoznává jazyk  $L = \{w \in \{a,b\}^* ; w \text{ končí řetězem } abba\}$

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký mají vztah konečné automaty k reálným automatům v praxi a k počítačům?
2. Jaký je rozdíl mezi jazyky rozpoznávanými konečnými automaty a jazyky, kterými se dorozumívají lidé?
3. Jaké systémy lze popsat konečnými automaty?
4. Jak využíváme kódování při realizaci konečných automatů?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

## 2 REDUKCE A REALIZACE KONEČNÝCH AUTOMATU

### ANOTACE

V této podkapitole se seznámíte s redukcí konečného automatu a jeho převedení na normovaný tvar.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této podkapitoly budete umět redukovat konečný automat a převést ho na normovaný tvar, což je důležité pro praktickou realizaci konečných automatů.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Konečný automat, redukce, dosažitelný stav, ekvivalence stavů, podílový automat, redukovaný automat, redukt automatu, automatový homomorfismus, automatový izomorfismus, normovaný tvar.

Definice konečného automatu připouští existenci stavů, do nichž se nelze dostat nebo stavů, které jsou z hlediska rozpoznatelnosti slova spolu ekvivalentní. Nedosažitelné stavy můžeme odstranit a spolu ekvivalentní skupinu stavů můžeme nahradit jedním stavem. Výsledný automat bude mít menší počet stavů a bude rozpoznávat stejný jazyk jako automat původní.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 28 – 43. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 52 – 56. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice dosažitelného stavu
- Definice ekvivalence stavů a částečné ekvivalence
- Algoritmus rozkladu množiny stavů na třídy ekvivalence
- Definice podílového automatu
- Redukovaný automat a redukt automatu
- Automatová homomorfismus a izomorfismus
- Převedení automatu na normovaný tvar

## OTÁZKY

1. Co je to dosažitelný stav?
2. Co to znamená, že jsou dva stavy spolu ekvivalentní?
3. Co je to částečná ekvivalence?
4. Jakým způsobem rozložíme množinu stavů konečného automatu na třídy ekvivalence?
5. Co je to automatový homomorfismus a izomorfismus?
6. Jak převedeme konečný automat na normovaný tvar?

## ÚKOLY

1. Uveďte příklad konečného automatu, který bude mít nedosažitelný stav.
2. Vytvořte podílový automat k automatu zadanému tabulkou.

	0	1
→q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>5</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>3</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>2</sub>
←q <sub>4</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>5</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>1</sub>
←q <sub>6</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>2</sub>
q <sub>7</sub>	q <sub>7</sub>	q <sub>0</sub>

3. Převedte automat zadaný tabulkou na normovaný tvar.

	0	1
→q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub>	q <sub>5</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>3</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>7</sub>
q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>2</sub>
←q <sub>4</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>5</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>1</sub>

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký má význam redukce konečného automatu pro jeho realizaci?
2. Jaký je rozdíl mezi úplnou a částečnou ekvivalencí?
3. Jaký je rozdíl mezi automatovým homomorfismem a izomorfismem?
4. Jaký význam má převedení automatu na normovaný tvar?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## ANOTACE

V této podkapitole se seznámíte s realizací konečných automatů pomocí kódování a logických obvodů. Seznámíte se s konečným Moorovým a Mealyho sekvenčním strojem, který je na rozdíl od konečného automatu opatřen výstupem.



## CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této podkapitoly budete umět realizovat konečný automat pomocí kódování stavů a vstupních symbolů, což vám umožní pak využít logické funkce. Dále budete umět zkonstruovat Mooreův a Mealyho sekvenční stroj.



## KLÍČOVÁ SLOVA

Konečný automat, kódování, binární funkce, Mooreův stroj, Mealyho stroj, značkovácí funkce, výstupní funkce, syntéza, zpožďovací element.

Jedno možné použití teorie automatů spočívá v analýze skutečně existujících systémů. Při tomto typu úloh se nejprve získá automat jakožto abstraktní obraz studovaného systému a v další fázi se pomocí teorie automatů zkoumají vlastnosti tohoto systému.

Neméně důležitou je obrácená úloha – syntéza. Při ní se nejprve navrhne automat řešící určitou úlohu. Tato fáze končí u reprezentace automatu tabulkou, grafem apod. Reprezentace automatu pak slouží k sestrojení skutečného systému požadovaných vlastností.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 44 – 50. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 191 – 192. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice Mooreova sekvenčního stroje
- Definice Mealyho sekvenčního stroje
- Realizace přechodové a výstupní funkce
- Význam zpožďovacích elementů
- Kódování stavů, vstupních a výstupních symbolů
- Realizace výsledného sekvenčního obvodu

## OTÁZKY

1. Definujte Mooreův sekvenční stroj.
2. Definujte Mealyho sekvenční stroj.
3. Co je to značkovácí funkce?
4. Co je to výstupní funkce?
5. Jak realizujeme Mooreův sekvenční stroj pomocí tabulky a stavového diagramu?
6. Jak realizujeme Mealyho sekvenční stroj pomocí tabulky a stavového diagramu?
7. Jak provádíme kódování stavů, vstupních a výstupních symbolů?
8. Jak využíváme logické a zpožďovací členy v sekvenčním obvodu?

## ÚKOLY

1. Sestrojte zařízení schopné zjišťovat v posloupnostech symbolů a, b, zda obsahují lichý počet symbolů b. Zařízení realizujte pomocí sekvenčního obvodu.
2. Sestrojte Mooreův stroj k automatu zadanému tabulkou. Mooreův stroj vyjádřete tabulkou a stavovým diagramem.

	0	1
→q <sub>0</sub>	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>
q <sub>1</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>
q <sub>2</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>
←q <sub>3</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>1</sub>
←q <sub>4</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>4</sub>

3. Realizujte Mealyho sekvenční stroj zadaný tabulkami sekvenčním obvodem.

δ:

	1	2	3
A	A	B	B
B	A	B	C
C	B	B	C

$\lambda$ :

	1	2	3
A	0	0	0
B	0	1	1
C	0	1	1

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký má význam realizace konečných automatů?
2. Jaký je rozdíl mezi konečným automatem Mooreovým sekvenčním strojem?
3. Jaký je rozdíl mezi Mooreovým a Mealyho sekvenčním strojem?
4. Proč musíme kódovat stavy, vstupní a výstupní symboly, když realizujeme konečný automat?

## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

### 3 NEDETERMINISTICKÉ KONEČNÉ AUTOMATY

#### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s jednodušší metodou návrhu konečných automatů pomocí nedeterministických automatů, které mohou mít více počátečních stavů, a z daného stavu může nedeterministický automat přejít do množiny stavů. Návrh nedeterministického konečného automatu je proto mnohem jednodušší než návrh automatu deterministického.



#### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět navrhnout nedeterministický konečný automat a ten pak převést na automat deterministický.



#### KLÍČOVÁ SLOVA

Konečný automat, nedeterministický automat, potenční množina, podmnožinová konstrukce, přijímání slova, posloupnost stavů.

Nedeterministické konečné automaty umožňují daný problém řešit s mnohem menší námahou než automaty deterministické. Je to dáno tím, že nedeterministický konečný automat má více počátečních stavů a z daných stavů může přejít do určité množiny stavů, která je prvkem potenční množiny stavů konečného automatu. Navržený nedeterministický konečný automat pak převedeme podmnožinovou konstrukcí na automat deterministický.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 62 – 73. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 193 – 196. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 39 – 51. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice potenční množiny
- Definice nedeterministického konečného automatu
- Slovo přijímáno nedeterministickým konečným automatem
- Vztah mezi deterministickým a nedeterministickým konečným automatem
- Podmnožinová konstrukce pro převod nedeterministického konečného automatu a deterministický konečný automat

## OTÁZKY

1. Definujte nedeterministický konečný automat.
2. Definujte rozpoznatelnost slova nedeterministickým konečným automatem
3. Co je to potenční množina?
4. Co je to podmnožinová konstrukce?
5. Dokažte větu, která udává vztah mezi nedeterministickým a deterministickým konečným automatem.

## ÚKOLY

1. Navrhněte nedeterministický konečný automat, který rozpoznává všechna slova nad abecedou  $\{0, 1\}$ , která splňují alespoň jednu z těchto podmínek:
  - a) slovo začíná úsekem 01001,
  - b) slovo obsahuje 01010 jako podslovo,
  - c) slovo končí úsekem 0011
2. Převedte nedeterministický konečný automat zadaný tabulkou na deterministický konečný automat podmnožinovou konstrukcí pomocí stavového stromu. Deterministický automat vyjádřete tabulkou a stavovým diagramem.

	a	b
$\leftrightarrow 1$	1,2	3
$\rightarrow 2$	3	4
3	1,3	3
$\leftarrow 4$	1	3

3. Deterministický automat, který jste sestrojili v příkladu 2. redukujte a převedte na normovaný tvar.

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký význam má používání nedeterministických konečných automatů?
2. Jaký je rozdíl mezi deterministickým a nedeterministickým konečným automatem?
3. Proč je výhodné používat stavový strom pro převod nedeterministického konečného automatu na deterministický?
4. Proč je výhodné redukovat deterministický konečný automat, který jsme získaly převodem z nedeterministického konečného automatu?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

## 4 GRAMATIKY – CHOMSKÉHO ROZDĚLENÍ GRAMATIK, REGULÁRNÍ GRAMATIKY

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s prepisovacími systémy a gramatikami, které tvoří teoretický základ přirozených i programovacích jazyků. Důležité je Chomského rozdělení gramatik na základě tvaru prepisovacích pravidel do určitých skupin. Jazyk z každé skupiny lze rozpoznávat určitým typem automatu nebo stroje.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět vytvářet prepisovací systémy a gramatiky, které generují nebo rozpoznávají určitý typ jazyka.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Prepisovací systém, prepisovací pravidlo, odvození slova, přímý přepis, generativní gramatika, analytická gramatika, Chomského hierarchie.

Aparát formálních gramatik byl původně navržen pro popis přirozených jazyků. Novou rozsáhlou oblast použití získal jako nástroj pro zadávání vyšších programovacích jazyků. Od dob zavedení Algolu 60 je už zcela běžné, definice určující, co jsou syntakticky správně napsané programy v určitém jazyce, mívají formu gramatiky. Gramatiky spolu s automaty jsou nejčastější způsoby reprezentace jazyků.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 117 – 129. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 167 – 176. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 9 – 19. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice prepisovacího systému
- Definice přímého přepsání a přepsání
- Definice minimálního odvození
- Definice generativní a analytické gramatiky
- Chomského rozdělení gramatik

## OTÁZKY

1. Definujte přepisovací systém a minimální odvození.
2. Definujte generativní gramatiku a uveďte příklad.
3. Definujte analytickou gramatiku a uveďte příklad.
4. Definujte Chomského rozdělení gramatik.
5. Co je to nevypouštějící bezkontextová gramatika?
6. Zformulujte větu o převodu gramatiky na nevypouštějící gramatiky a dokažte ji.

## ÚKOLY

1. Máme přepisovací systém  $R = (V, P)$   $V = \{0, 1\}$ ,  $P = \{01 \rightarrow 10, 10 \rightarrow 01\}$ . Pomocí přímých přepisů proveďte odvození slova 00011 ze slova 00110.
2. Sestrojte gramatiku, která generuje jazyk  $L = \{0^n 1^n; i \geq 1\}$ .
3. Sestrojte gramatiku, která generuje jazyk tvořený slovy, která obsahují stejný počet symbolů a, b a c.
4. Převeďte na nevypouštějící gramatiku:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSbA \mid e \\ A &\rightarrow aBbA \mid bCb \mid CD \\ B &\rightarrow bbBa \mid aS \\ C &\rightarrow aAaA \mid e \\ D &\rightarrow SC \mid aABb \end{aligned}$$

a odvodte pomocí nevypouštějící gramatiky slovo aabbbb

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký je rozdíl mezi přepisovacím systémem a gramatikou?
2. Jaký je rozdíl mezi generativní a analytickou gramatikou?
3. Jakou gramatiku použijeme pro syntaktickou analýzu?
4. Jaký typ gramatiky je rozpoznán zásobníkovým automatem?
5. Jaký typ gramatiky je rozpoznán konečným automatem?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

## 5 REGULÁRNÍ JAZYKY – UZÁVĚROVÉ VLASTNOSTI, VZTAH KE KA

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s regulárními gramatikami, které jsou rozpoznávány konečnými automaty. Jsou to gramatiky typu 3 v Chomského hierarchii.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět vytvářet regulární gramatiky, které generují jazyk rozpoznatelný konečnými automaty. Naučíte se k danému automatu zkonstruovat regulární gramatiku.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Regulární gramatika, jazyk typu 3, ekvivalentní gramatika, lineární gramatika, levá lineární gramatika.

Regulární gramatiky jsou gramatiky typu 3 v Chomského hierarchii gramatik. Jsou rozpoznatelné konečnými automaty, a tudíž ke každému konečnému automatu můžeme sestavit regulární gramatiku, která bude generovat stejný jazyk, jako rozpoznává konečný automat.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 130 – 135. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 175 – 176. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 22 – 34. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice regulární gramatiky
- Sestrojení regulární gramatiky ke konečnému automatu
- Převod regulární gramatiky na tvar prepisovacích pravidel  $X \rightarrow aY$ ,  $X \rightarrow Y$  a  $X \rightarrow e$
- Definice levé a pravé lineární gramatiky
- Věta o levé lineární gramatice

## OTÁZKY

1. Definujte regulární gramatiku.
2. Věta o sestrojení regulární gramatiky ke konečnému automatu.
3. Jak převedete regulární gramatiku na gramatiku, která má pravidla ve tvaru  $X \rightarrow aY$ ,  $X \rightarrow Y$  a  $X \rightarrow e$ ?
4. Jak sestrojíme konečný automat k regulární gramatice?

## ÚKOLY

1. K automatu sestrojte regulární gramatiku a rozpoznajte a vygenerujte slovo 010010.

	0	1
$\rightarrow q_0$	$q_1$	$q_2$
$q_1$	$q_3$	$q_1$
$q_2$	$q_2$	$q_4$
$\leftarrow q_3$	$q_3$	$q_1$
$\leftarrow q_4$	$q_2$	$q_4$

2. Převedte regulární gramatiku na gramatiku, která bude mít pouze pravidla ve tvaru  $X \rightarrow aY$ ,  $X \rightarrow Y$  a  $X \rightarrow e$ .

$$\begin{aligned} S &\rightarrow abaS \mid e \\ A &\rightarrow abA \mid bC \mid C \\ B &\rightarrow bbB \mid aS \\ C &\rightarrow aaA \mid e \\ D &\rightarrow S \mid ab \end{aligned}$$

3. Sestrojte konečný automat ke gramatice:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow abA \mid e \\ A &\rightarrow abA \mid bb \mid D \\ B &\rightarrow bbB \mid aS \\ C &\rightarrow abA \mid e \\ D &\rightarrow C \mid aA \end{aligned}$$

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký je rozdíl generativní a regulární gramatikou?
2. Jaký je vztah mezi konečným automatem a regulární gramatikou?
3. Co je to pravá a levá regulární gramatika?
4. Jaký je vztah mezi regulárními výrazy a regulárními gramatikami?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

## 6 APLIKACE REGULÁRNÍCH JAZYKŮ A AUTOMATŮ – REGULÁRNÍ VÝRAZY A JEJICH DRUHY

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s uzávěrovými vlastnostmi jazyků, které jsou rozpoznatelné konečnými automaty. Pomocí uzávěrových vlastností můžeme daný jazyk vyjádřit pomocí několika jednodušších jazyků. Dále se seznámíte s regulárními jazyky a s regulárními výrazy, pomocí kterých můžeme regulární jazyky jednoduše zapisovat.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět na základě uzávěrových vlastností vytvářet složitější jazyky z jazyků jednodušších.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Uzávěrové vlastnosti, součin jazyků, levý kvocient, pravý kvocient, levá derivace, pravá derivace, regulární jazyky, regulární výrazy, elementární jazyky, regulární operace.

Návrh automatu pro rozpoznávání určitého jazyka lze někdy zjednodušit tak, že se daný jazyk vyjádří pomocí několika jednodušších jazyků. Potom je možné navrhnout automaty pro realizaci jednodušších jazyků a na jejich základě sestavit výsledný automat. Důležitou pomoc zde poskytují teoretické poznatky o uzávěrových vlastnostech třídy jazyků rozpoznatelných konečnými automaty.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 73 – 97. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 197 – 201. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 71 – 80. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice součinu jazyků
- Definice levého a pravého kvocientu jazyka
- Uzavřenost jazyků vůči průniku, sjednocení a doplňku
- Definice regulárních jazyků
- Definice regulárních operací

## OTÁZKY

1. Definujte součin dvou jazyků.
2. Definujte levý a pravý kvocient jazyka.
3. Vůči jakým operacím je uzavřena třída regulárních jazyků?
4. Co jsou to regulární jazyky?
5. Co jsou to elementární jazyky?
6. Jaké znáte regulární operace?
7. Co jsou to regulární výrazy?

## ÚKOLY

1. Vytvořte součin jazyků  $L_1 = \{ab^i; i \geq 0\}$  a  $L_2 = \{c; cc\}$
2. Vytvořte iteraci jazyka  $L_1 = \{ab^i; i \geq 0\}$ .
3. Mějme jazyky  $L_1 = \{a^i b a^j b a^i; i, j \geq 1\}$ ,  $L_2 = \{a^i b a^i; i \geq 1\}$  a  $L_3 = \{b a^{2j}; j \geq 5\}$ . Vytvořte levý kvocient  $L_1$  podle  $L_2$  a pravý kvocient  $L_1$  podle  $L_3$ .
4. Jaký jazyk reprezentuje regulární výraz:

$$(01)^* 1111(01)^* + (0 + 1)^* 000$$

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jak můžeme využít uzávěrové vlastnosti regulárních jazyků ke konstrukci konečných automatů?
2. Jak souvisí teorie množin s uzávěrovými vlastnostmi?
3. Jakým způsobem můžeme vytvářet regulární jazyky z elementárních jazyků?
4. Jaký je vztah mezi konečnými automaty a regulárními výrazy?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

## 7 BEZKONTEXTOVÉ GRAMATIKY

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s bezkontextovými gramatikami, které tvoří základ teorie programovacích jazyků. Pomocí bezkontextových jazyků je možné z větší části definovat syntaxi vyšších programovacích jazyků.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět navrhnout bezkontextovou gramatiku pro řešení určitého problému a tuto gramatiku pak zredukovat tak, aby neobsahovala žádné zbytečné neterminály.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Bezkontextová gramatika, redukovaná gramatika, ekvivalentní gramatika, kanonické derivace, derivační stromy, jednoznačné gramatiky.

Bezkontextové gramatiky se využívají pro definování syntaxe vyšších programovacích jazyků. Vztah mezi bezkontextovými gramatikami a zásobníkovými automaty slouží v současné době jako východisko různých metod konstrukce základních částí kompilátorů.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 148 – 164. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 167 – 175. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 120 – 134. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice bezkontextové gramatiky
- Definice bezkontextové redukované gramatiky
- Lemma o sestrojení ekvivalentní redukované gramatiky
- Kanonické derivace
- Derivační stromy

## OTÁZKY

1. Definujte bezkontextovou gramatiku.
2. Definujte redukovanou gramatiku.
3. Jak převedete bezkontextovou gramatiku na gramatiku redukovanou?
4. Co jsou to kanonické derivace?
5. Co jsou to derivační stromy?

## ÚKOLY

1. Proveďte redukci bezkontextové gramatiky:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAb \mid ab \mid bB \\ A &\rightarrow BC \mid aA \mid aB \mid AB \\ B &\rightarrow ba \mid AB \mid bCa \mid aAB \mid DC \\ D &\rightarrow AB \mid aBb \mid aA \mid aCE \mid e \\ E &\rightarrow aBa \mid BC \mid aD \\ F &\rightarrow aC \mid CA \mid DC \mid aAa \end{aligned}$$

a vygenerujte pomocí redukované gramatiky slovo aaabab.

2. Odvodte u bezkontextové gramatiky pomocí levé derivace slovo aabbbb:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSbA \mid e \\ A &\rightarrow aBbA \mid bCb \mid CD \\ B &\rightarrow bbBa \mid aS \\ C &\rightarrow aAaA \mid e \\ D &\rightarrow SC \mid aABb \end{aligned}$$

3. Odvodte u bezkontextové gramatiky pomocí pravé derivace slovo aababab:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAb \mid ab \mid bB \\ A &\rightarrow BC \mid aA \mid aB \mid AB \\ B &\rightarrow ba \mid AB \mid bCa \mid aAB \mid DC \\ C &\rightarrow aAaA \mid e \\ D &\rightarrow AB \mid aBb \mid aA \mid aCE \mid e \end{aligned}$$

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký je rozdíl generativní a bezkontextovou gramatikou?
2. Proč je nutné provádět redukci bezkontextových gramatik?
3. Jak využíváme v praxi kanonické derivace?
4. Jaký význam mají derivační stromy?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989.

## 8 ZÁSOBNÍKOVÉ AUTOMATY

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte se zásobníkovými automaty, které tvoří spolu s bezkontextovými gramatikami základ teorie programovacích jazyků. Pomocí zásobníkových automatů a bezkontextových jazyků je možné z větší části definovat syntaxi vyšších programovacích jazyků.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět navrhnout zásobníkový automat pro řešení určitého problému, stejně tak jako sestavit zásobníkový automat k bezkontextové gramatice.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Zásobníkový automat, zásobník, symbol, e-přechod, situace, prázdný zásobník, koncový stav.

Zásobníkový automat (PDA z anglického pushdown automaton) je teoretický výpočetní model používaný v informatice pro studium vyčíslitelnosti a obecně formálních jazyků. Popisuje jednoduchý počítač, který má jako pracovní paměť vedle konečně stavové jednotky k dispozici zásobník. Zásobníkový automat dokáže rozpoznávat bezkontextové jazyky.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 164 – 182. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky) na str. 201 – 205. Příklady na procvičení najdete v literatuře (MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady.) na str. 135 – 146. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice zásobníkového automatu
- Definice bezprostředně následující a následující situace
- Rozpoznávání slova koncovým stavem a prázdným zásobníkem
- Vztah mezi zásobníkovými automaty a bezkontextovými jazyky
- Věta o sestavení zásobníkového automatu k bezkontextovému jazyku

## OTÁZKY

1. Definujte zásobníkový automat.
2. Definujte situaci zásobníkového automatu.
3. Co to je rozpoznávání slova koncovým stavem?
4. Co to je rozpoznávání slova prázdným zásobníkem?
5. Jak sestrojíte zásobníkový automat k bezkontextové gramatice?

## ÚKOLY

1. Sestrojíte zásobníkový automat, který rozpoznává jazyk  $L = \{0^n 1^n ; n \geq 1\}$  pomocí prázdného zásobníku a rozpoznáte slovo 000111.
2. Sestrojíte zásobníkový automat, který rozpoznává jazyk  $L = \{w(w)^R; w \in \{0, 1\}^*\}$  pomocí prázdného zásobníku a rozpoznáte slovo 01011010.
3. K bezkontextové gramatice sestrojíte zásobníkový automat:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAb \mid ab \mid bB \\ A &\rightarrow BC \mid aA \mid aB \mid AB \\ B &\rightarrow ba \mid AB \mid bCa \mid aAB \mid DC \\ C &\rightarrow aAaA \mid e \end{aligned}$$

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký je rozdíl mezi zásobníkovým automatem a konečným automatem?
2. Proč zásobníkový automat rozpoznává jazyk  $L = \{0^n 1^n ; n \geq 1\}$ , kdežto konečný automat jej nerozpoznává?
3. Jaký je vztah zásobníkových automatů k programovacím jazykům?
4. Proč využíváme převod bezkontextového jazyku na zásobníkový automat?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989..

## 9 APLIKACE BEZKONTEXTOVÝCH JAZYKŮ A ZÁSOBNÍKOVÝCH AUTOMATŮ – LR/LL SYNTAKTICKÝ ANALYZÁTOR, ANTLR

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s bezkontextovými jazyky, pomocí kterých je možné z větší části definovat syntaxi vyšších programovacích jazyků. Vztah bezkontextových gramatik a zásobníkových automatů slouží v současné době jako východisko různých metod konstrukce základních částí kompilátorů.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět využívat různé metody syntaktické analýzy.



### KLÍČOVÁ SLOVA

V gramatice je možné, aby různé derivace byly ekvivalentní v tom smyslu, že všechny tyto derivace používají stejná pravidla na stejných místech, tj. jsou aplikována na stejné výskyty neterminálů, avšak v různém pořadí. Zatímco definice takové ekvivalence je pro gramatiky typu 0 poněkud komplikovaná, lze v případě bezkontextových gramatik zavést pro třídu ekvivalentních derivací jednoduchou grafovou reprezentaci, tzv. derivační strom (někdy též zvanou strom odvození).

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 148 – 259. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (Černá, Ivana, Křetínský, Mojmír, Kučera, Antonín. Automaty a formální jazyky I) na str. 57 – 104, kde najdete i příklady k procvičení. Znalosti si pak můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice bezkontextové gramatiky
- Definice bezkontextové redukované gramatiky
- Lemma o sestrojení ekvivalentní redukované gramatiky
- Kanonické derivace
- Derivační stromy
- Syntaktická analýza

## OTÁZKY

6. Definujte bezkontextovou gramatiku.
7. Definujte redukovanou gramatiku.
8. Jak převedete bezkontextovou gramatiku na gramatiku redukovanou?
9. Co jsou to kanonické derivace?
10. Co jsou to derivační stromy?

## ÚKOLY

4. Proveďte redukci bezkontextové gramatiky:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aAb \mid ab \mid bB \\
 A &\rightarrow BC \mid aA \mid aB \mid AB \\
 B &\rightarrow ba \mid AB \mid bCa \mid aAB \mid DC \\
 D &\rightarrow AB \mid aBb \mid aA \mid aCE \mid e \\
 E &\rightarrow aBa \mid BC \mid aD \\
 F &\rightarrow aC \mid CA \mid DC \mid aAa
 \end{aligned}$$

a vygenerujte pomocí redukované gramatiky slovo aaabab.

5. Odvodte u bezkontextové gramatiky pomocí levé derivace slovo aabbbb:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aSbA \mid e \\
 A &\rightarrow aBbA \mid bCb \mid CD \\
 B &\rightarrow bbBa \mid aS \\
 C &\rightarrow aAaA \mid e \\
 D &\rightarrow SC \mid aABb
 \end{aligned}$$

6. Odvodte u bezkontextové gramatiky pomocí pravé derivace slovo aababab:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aAb \mid ab \mid bB \\
 A &\rightarrow BC \mid aA \mid aB \mid AB \\
 B &\rightarrow ba \mid AB \mid bCa \mid aAB \mid DC \\
 C &\rightarrow aAaA \mid e \\
 D &\rightarrow AB \mid aBb \mid aA \mid aCE \mid e
 \end{aligned}$$

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

5. Jaký je rozdíl generativní a bezkontextovou gramatikou?
6. Proč je nutné provádět redukci bezkontextových gramatik?
7. Jak využíváme v praxi kanonické derivace?
8. Jaký význam mají derivační stromy?

## 9. Jaké znáte metody syntaktické analýzy



### MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



### ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

Černá, Ivana, Křetínský, Mojmír, Kučera, Antonín. Automaty a formální jazyky I. Učební text FI MU, 2002

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

MELICHAR, Bořivoj a kol. Jazyky a překlady. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007, 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

KOLÁŘ, Josef, Olga Štěpánková a Michal Chytil. Logika, algebry a grafy. SNTL Praha, 1989

## 10 TURINGOVY STROJE – MODELY A JEJICH VLASTNOSTI

### ANOTACE

V této kapitole se seznámíte s Turingovými stroji, které tvoří základ pro teorii algoritmů a vyčíslitelnosti. Znalost Turingových strojů vám umožní lépe pochopit algoritmizaci úloh při programování.



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly lépe porozumíte principům počítačů, programovacím jazykům a budete umět lépe navrhovat algoritmy pro řešení praktických úloh.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Turingův stroj, řídicí jednotka, nekonečná páska, čtecí a zapisovací hlava, konfigurace, rozpoznatelnost, rozhodnutelnost, políčko pásky.

**Turingův stroj (TS)** je **teoretický model počítače** popsáný matematikem Alanem Turingem. Skládá se z procesorové jednotky, tvořené konečným automatem, programu ve tvaru pravidel přechodové funkce a nekonečné pásky pro zápis mezivýsledků. Využívá se pro modelování algoritmů v teorii vyčíslitelnosti.

Jeden ze způsobů vyjádření Churchovy-Turingovy teze říká, že ke každému algoritmu existuje ekvivalentní Turingův stroj.

Od výpočetní síly Turingova stroje se odvozuje turingovská úplnost: turingovsky úplné jsou právě ty programovací jazyky nebo počítače, které mají stejnou výpočetní sílu jako Turingův stroj.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 260 – 288. Znalosti si můžete doplnit v literatuře (MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty.) na str. 20 – 34 a studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Definice Turingova stroje
- Model Turingova stroje
- Konfigurace Turingova stroje, bezprostředně následující a následující konfigurace
- Počáteční a koncová konfigurace Turingova stroje
- Jazyk rozpoznávaná Turingovým strojem
- Jazyky rozhodnutelné Turingovým strojem

## OTÁZKY

1. Vysvětlete činnost Turingova stroje a nakreslete jeho model.
2. Jak pracuje Turingův stroj?
3. Definujte Turingův stroj matematicky.
4. Co to je konfigurace Turingova stroje?
5. Definujte bezprostředně následující a následující konfiguraci Turingova stroje.
6. Definujte počáteční a koncovou konfiguraci Turingova stroje?
7. Definujte jazyk rozpoznávaný Turingovým strojem.
8. Definujte jazyk rozhodnutelný Turingovým strojem.

## ÚKOLY

1. Sestrojte Turingův stroj, který pracuje nad abecedou  $\Sigma = \{a, b, c\}$  tak, že zamění v každém slově nad touto abecedou a za c. Po zpracování slova skončí na 1. znaku slova.
2. Sestrojte Turingův stroj, který umí sečíst dvě slova v unární soustavě tak, že na pásce zůstane pouze výsledné slovo.
3. Sestrojte Turingův stroj, který umí sečíst dvě slova v unární soustavě tak, že na pásce zůstane zadání i výsledné slovo.
4. Sestrojte Turingův stroj nad tříprvkovou abecedou  $\Sigma = \{0, 1, \Lambda\}$ , který ze vstupního slova složeného ze znaků 0 a 1 odstraní všechny jedničky.

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký mají vztah Turingovy stroje k počítačům a programování?
2. Jaký je rozdíl mezi řešením algoritmu na počítači a pomocí Turingova stroje?
3. Jaký má vztah Turingův stroj k rekurzivním jazykům?
4. Co jsou to algoritmicky neřešitelné problémy?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007. - 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

## 11 NEROZHODNUTELNOST – CHURCHOVA-TURINGOVA TEZE, POSTŮV KORESPONDENČNÍ PROBLÉM

### ANOTACE

V této kapitole se dozvíte, co je to algoritmická nerozhodnutelnost. Churchova teze nám ozřejmí význam našich úvah o nerozhodnutelnosti. Na jejím základě můžeme totiž tvrzení o nerozhodnutelnosti konkrétního problému interpretovat jako tvrzení o neexistenci algoritmu řešícího uvažovaný problém.



### CÍLE KAPITOLY

Cílem této kapitoly je poskytnout odpověď na následující otázky:

1. Existuje jazyk (problém), který není rekursivně spočetný (částečně rozhodnutelný)?
2. Existuje jazyk (problém), který je rekursivně spočetný (částečně rozhodnutelný), ale není rekursivní (rozhodnutelný)?
3. Ukážeme, že odpověď na obě otázky je kladná. Z toho pak plyne další otázka:
4. Které problémy, týkající se jazyků Chomského hierarchie, jsou resp. nejsou rozhodnutelné?



### KLÍČOVÁ SLOVA

Turingův stroj, algoritmická rozhodnutelnost, algoritmická nerozhodnutelnost, Churchova-Turingova teze, Postův korespondenční problém.

**Turingův stroj (TS)** je **teoretický model počítače** popsáný matematikem Alanem Turingem. Skládá se z procesorové jednotky, tvořené konečným automatem, programu ve tvaru pravidel přechodové funkce a nekonečné pásky pro zápis mezivýsledků. Využívá se pro modelování algoritmů v teorii vyčíslitelnosti a algoritmické rozhodnutelnosti.

Jeden ze způsobů vyjádření Churchovy-Turingovy teze říká, že ke každému algoritmu existuje ekvivalentní Turingův stroj.

Od výpočetní síly Turingova stroje se odvozuje turingovská úplnost: turingovsky úplné jsou právě ty programovací jazyky nebo počítače, které mají stejnou výpočetní sílu jako Turingův stroj.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 260 – 291. Rozšířit své znalosti si můžete v literatuře (Černá, Ivana, Křetínský, Mojmír, Kučera, Antonín. Automaty a formální jazyky I) na str. 129 – 154, kde najdete i příklady k procvičení. Znalosti si můžete doplnit v literatuře (MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty.) na str. 20 – 34 a studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Algoritmicky neřešitelné problémy
- Rekurzivně spočetný jazyk
- Rekurzivní jazyk
- Churchova-Turingova teze
- Výpočtová složitost
- Postův korespondenční problém

## OTÁZKY

1. Vysvětlete činnost Turingova stroje a nakreslete jeho model.
2. Co je to algoritmická rozhodnutelnost?
3. Co je to rekurzivně spočetný jazyk?
4. Co to je rekurzivní jazyk?
5. Co je to Churchova-Turingova teze?
6. Co je to Postův korespondenční problém?

## ÚKOLY

1. Sestrojte Turingův stroj, který umí sečíst dvě slova v unární soustavě tak, že na pásce zůstane zadání i výsledné slovo.
2. Sestrojte Turingův stroj rozpoznávající jazyk tvořený symetrickými slovy nad abecedou {cd}.
3. Jaké řešení má Postův korespondenční problém zadaný tabulkou:

	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>1</b>	1	10
<b>2</b>	1	1100
<b>3</b>	001	0
<b>4</b>	0	110

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký mají vztah Turingovy stroje k počítačům a programování?
2. Jaký je rozdíl mezi rekurzivně spočetným a rekurzivním jazykem?

3. Jaký má vztah Turingův stroj k rekurzivním jazykům?
4. Jaký je rozdíl mezi algoritmicky neřešitelnými a algoritmicky řešitelnými problémy?



## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

Černá, Ivana, Křetínský, Mojmir, Kučera, Antonín. Automaty a formální jazyky I. Učební text FI MU, 2002

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007. - 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

## 12 EKVALENTNÍ REPREZENTACE TURINGOVA STROJE – RASP

### ANOTACE

V této kapitole se dozvíte, co jsou to stroje RASP (random access, stored program), které se už více přibližují současným počítačům než konečné automaty a Turingovy stroje. Stroje RASP se od konečných automatů liší ve dvou rysech:

- a) místo s řetězy symbolů pracuje s čísly
- b) jsou výstižnějším obrazem současných počítačů



### CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly lépe porozumíte souvislosti mezi současnými počítači a teorií konečných automatů a formálních jazyků.



### KLÍČOVÁ SLOVA

Stroj RASP, aritmetická jednotka, střadač, čítač, registr, instrukce.

Každý stroj RASP se skládá z aritmetické jednotky, střadače, čítače a neomezeného množství registrů ohodnocených (adresovaných) celými čísly. Střadač, čítač i každý z registrů mohou obsahovat libovolné celé nezáporné číslo. Obsah střadače, čítače i jednotlivých registrů mění aritmetická jednotka tak, že provádí program tvořený instrukcemi ze souboru instrukcí.

Látku si prostudujte v literatuře (CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky) na str. 292 – 299. kde najdete i příklady k procvičení. Znalosti si můžete doplnit studiem další literatury uvedené v odkazu na literaturu. Při studiu se zaměřte na tyto oblasti:

- Koncepce stroje RASP
- Jazyk stroje RASP
- Aritmetická jednotka
- Střadač
- Registry a čítač
- Programování stroje RASP



### OTÁZKY

1. Vysvětlíte činnost stroje RASP a nakreslete jeho model.
2. Co je to aritmetická jednotka
3. Co je to střadač?
4. Co je to čítač?
5. Co jsou to registry?
6. Jak probíhá výpočet pomocí stroje RASP?

## ÚKOLY

1. Sestrojte Stroj RASP, který umí sečíst dvě celá čísla.
2. Sestrojte stroj RASP pro výpočet faktoriálu.
3. Ukažte, jakým způsobem lze převést obsah registru do střadače.

## OTÁZKY K ZAMYŠLENÍ

1. Jaký mají vztah Turingovy stroje k strojům RASP?
2. Jaký je rozdíl mezi současnými počítači a stroji RASP?
3. Co jsou to registry a k čemu slouží?
4. Jak zpracovává stroj RASP soubor instrukcí?

## MÍSTO PRO VAŠE POZNÁMKY

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## ODKAZ NA LITERATURU

CHYTIL, Michal. Automaty a gramatiky. SNTL Praha, 1984

Černá, Ivana, Křetínský, Mojmir, Kučera, Antonín. Automaty a formální jazyky I. Učební text FI MU, 2002

MAREŠ, Jan. Jazyky, gramatiky a automaty. Skripta, ČVUT Praha, 2004

VANÍČEK, Jiří a kol. Teoretické základy informatiky. 1. vyd. - Praha: Kernberg Publishing, 2007. - 436 s. ISBN 978-80-903962-4-1.

## 13 PRAKTICKÉ APLIKACE

V této kapitole si ukážeme, jak lze znalosti, které jsme získali v předchozích kapitolách využít v praxi jak v oblasti hardware, tak i v oblasti software. Jedná se o aplikace teorie konečných automatů při návrhu a realizaci automatů, které se běžně v praxi používají. Využití teorie bezkontextových jazyků a zásobníkových automatů při návrhu programovacích jazyků. Využití teorie Turingových strojů v teorii algoritmů za účelem vyčíslitelnosti a složitosti algoritmů apod.



## SHRNUTÍ STUDIJNÍ OPORY

Učební opora věnovaná teorii automatů a formálních jazyků je určena všem studentům katedry informatiky, kteří absolvují předmět *Teorie automatů a formálních jazyků*. V tomto předmětu se pak studenti seznámili se základními principy činnosti konečných automatů a jejich vztahů k formálním jazykům. Předmět poskytuje teoretickou přípravu pro lepší pochopení principů počítačů a programovacích jazyků.

Předmět *Teorie automatů a formálních jazyků* je ukončen zápočtem a písemnou zkouškou, kde student prokáže teoretické znalosti probírané látky a dokáže vyřešit praktické příklady.