Teoretické základy informatiky I

Opora k předmětu

Vypracoval: Jiří Přibyl
Finální verze: duben 2020

1 Úvod

Kurz *Teoretické základy informatiky* si klade následující cíle:

1. prohloubit u studentů znalosti získané na střední škole gymnasiálního směru;
2. u studentů středních škol praktického zaměření (SPŠ, OA apod.) zrychlenou formou doplnit chybějící znalosti;
3. vybudovat dostatečně nosné základy matematiky tak, aby studenti mohli s úspěchem matematiku studovat.

Shrneme-li to, lze konstatovat: Předmět seznamuje studenty se základními matematickými koncepty, které jsou důležité pro porozumění matematice a informatice jako takové, přičemž důraz v rámci výuky bude kladen na možnosti dalšího využití v navazujících předmětech, jako jsou například *Teoretické základy informatiky II*, *Úvod do relačních databází*, *Základy kyberbezpečnosti* či *Základy počítačových sítí a protokolů*.

Následující seznam je třináctitýdenním sylabem daného předmětu.

1. Výrokový počet (formule, sémantika, tautologie, ekvivalence formulí, vyplývání, úsudky).
2. Predikátový počet (termy, formule, kvantifikace, důležité axiomy a věty).
3. Druhy definic, chyby při vyslovování definic.
4. Druhy důkazů matematických vět (přímý, nepřímý, sporem, důkazy existence a unicity).
5. Důkazy indukcí (nejen na přirozených číslech).
6. Množiny (relace mezi množinami, operace na množinách, potence).
7. Kartézský součin, binární relace (inverzní a složená relace).
8. Binární relace a jejich vlastnosti (reflexivnost, antireflexivnost a další).
9. Ekvivalence na množině, rozklad množiny, uspořádání na množině a jeho druhy.
10. Zobrazení a jeho druhy, prosté zobrazení, ekvivalence množin, nekonečné množiny.
11. Binární operace a jejich vlastnosti, grupa.
12. Hierarchie číselných oborů (čísla přirozená, celá, desetinná, racionální, iracionální, reálná).
13. Zápisy čísel a operace s čísly v různých číselných soustavách.

Z výše uvedeného jsou zřejmé následující fakty:

1. Vzhledem k časové dotaci kurzu není v jeho možnostech budovat jednotlivá témata „se vší parádou“.
2. Vzhledem k časové dotaci kurzu to není v možnostech ani žádného sebelepšího reálného vyučujícího.
3. Jednotlivá témata jsou probírána z určitého nadhledu a podstatným rysem kurzu je, že jeho frekventant má získat povědomí o určitých oblastech a povědomí o tom, kam sáhnout, bude-li se chtít o nich dozvědět více.
4. K ředě témat se student v rámci svého studia ještě někdy dostane. Lze to připodobnit určité spirále po které se v rámci studia pohybuje.

Studium jako takové pokrývá několik matematických partií. Jedná se o následující oblasti:

- matematická logika (1–2);
- výstavba matematiky (3–5);
- množiny (6);
- úvod do algebry (7–11);
- úvod do aritmetiky (12–13).

2 Doporučení ke studiu

Distanční forma sebevzdělávání klade na každého ze studentů poměrně vysoké nároky na disciplínu. Je dobré si uvědomit, že zatímco v prezenční formě studia je kontaktní části výuky věnováno 39 výukových hodin, v distanční formě studia je tomu daleko méně, tedy 12 výukových hodin. Těchto 12 hodin je rozděleno do tří setkání.

Přestože se jedná o celkem běžné partie, ke kterým existuje velké množství literatury, doporučuji postupovat následovně:

1. podívejte se do učebnice [1] (či jí obdobné), zejména na kapitoly 1 (Číselné obory), 7 (Elementární teorie čísel) a 8 (Základní poučení o výrocích); lze říci, že obsah těchto kapitol považujeme za zvládnutý a nebudeme mu věnovat až tak velkou pozornost;
2. zajistěte si stažením učební text doc. Petra Habaly – [2]; na této stránce se nachází poměrně dost textu, každopádně zmíněný text se zde nachází ve dvou variantách: (i) verze z roku 2012 a (ii) verze z roku 2018; obě verze můžete používat a já budu vždy upozorňovat na to, se kterou zrovna pracuji; každopádně obě jsou velmi vhodné ke studiu;
3. zajistěte si buď vypůjčením ve *Vědecké knihovně UJEP*, nebo využívejte on-line verzi, literaturu [8];

Dovolím si na toto místo převzít text z [9, V004].

> Jednou se tatínek se svým malým synkem vypravil do lesa. Toulali se spolu po lese, povídali si a těšili se z pěkného dne. Bylo už k poledni, když si spolu sedli na pařez u cesty a začali svačit. Jak tak sedí, všiml si chlapec velkého kamene, který se uvolnil ze svahu a zůstal ležet na cestě.
>
> „Tati, podívej se na ten kámen, jak nešikovně leží, vždyť by do něho mohl někdo vrazit. Je zrovna v zatáčce a není moc vidět.“
>
> Tatínek se podíval směrem, kterým chlapec ukazoval a řekl mu: „Tak běž a odval ho.“
>
> Chlapec srdnatě vyskočil a opřel se do kamene. Tváře mu zrůžověly námahou, ale kamenem sotva pohnul. „Tati, to asi nezvládnu.“
>
> „Zkus to jinak,“ povzbuzuje chlapce tatínek.
>
> Chlapec chvíli obchází kámen, pak zvedne suchou větev, která leží opodál, strčí ji pod kámen a znovu zabere.
>
> „Výborně,“ chválí tatínek malého synka.
>
> Chlapec se chvíli namáhá, ale kámen stejně nedokáže odvalit.
>
> „Je moc těžký,“ vzdychne.
>
> Tatínek ještě chvilku nechá synka mordovat a pak se zeptá: „Tak co, už jsi vyčerpal všecky možnosti?“
>
> Chlapec chvíli přemýšlí a pak řekne: „ Už nevím. Nic mě nenapadá. Je moc těžký.“
>
> „Jsi si jistý?“ usmívá se tatínek.
>
> „Jo,“ řekne chlapec.
>
> „Vždyť jsi mě ještě nepožádal o pomoc. Nebo si snad myslíš, že bych ti nepomohl?“

Chlapec se podívá na tatínka zářícíma očima. Tatínek vstal a spolu kámen snadno odvalí do houští, kde nikomu nepřekáží.

Tento odstavec nechť je parabolou vašeho studia. Velmi mnoho pasáží se vám bude zdát obtížných. Dokonce i některé budou pro vás velmi obtížné. Zkušenost ukazuje (v době tvorby textu již dvacetiletá), že studenti si ze střední školy přinášejí určitý blok v dotazování. Prosím, veškeré bloky odložte před vstupem na univerzitu. Jakoukoliv.

Podíváte-li se na charakteristiku předmětu, zjistíte, že je k dispozici celá řada studijní literatury včetně anglicky psané. Je rozumné si zvolit jeden, popř. dva zdroje pro danou oblast. To znamená, že není možné studovat veškerou látku z jedné publikace, ale naopak je záhodno pracovat s více různými zdroji.

3 Matematická logika a výstavba matematiky

Laskavý čtenář si jistě povšiml, že jsme spojili dvě oblasti do jedné. Je tomu tak z důvodu, že není zcela žádoucí od sebe, v rámci tohoto kurzu!, je oddělovat.

Celé naše studium začínáme seznámením se s kapitolou [2.0]. Je zcela jedno, zda budeme studovat z [2] nebo [3], popř. i z jiné literatury. Až na obsah, jsou slova uvedená na začátku platná nezávisle na zvolené literatuře. Promyslete si, co to znamená studovat matematiku. Mimo jiné to spočívá v učení se novému jazyku.

Můžete se domnívat, že je to zbytečné. Ale matematika je podkladem, ať už tomu věříte, či nikoliv, celé řady nejen teoretických disciplín. A to i tehdy, pokud z ní přímo „netrčí“. Jenže v nejméně očekávané chvíli se najednou objeví a kantoři předpokládají, že se s tím snadno srovnáte.

Předpokládám, že nikdo z vás nerozporuje potřebu učit se programovacímu jazyku. A to přestože, dnes je možné již vytvářet celou radu funkčních rutin bez znalosti konkrétního programovacího jazyka.

Každý jazyk jako takový má základní skladební prvky. Slova – věty – slovesné útvary. Všechny tyto se objevují nejen v programování, ale i v matematice. K seznámení se s nimi slouží právě tato kapitola.

V tuto chvíli budeme pracovat s textem [3.1], zejména pak s kapitolami 1.a−1.c (str. 1−30). Po přečtení úvodní pasáže přejděme k první kapitole.

3.1 Průlet logikou

Název plně odpovídá tomu, co nás čeká. Této kapitole odpovídá text [3.1, str. 2−10].

Postup studia je následující:

1. přečtěte si celý text, tj. str. 2−10;
2. vyznačte si v textu pasáže, které byste měli znát – viz [1, kap. 8];
3. jsou vymezeny pouze čtyři základní logické spojky (kap. 1a.1), seznamte se s nimi, pokud je z dřívějška neznáte; pozn.: doc. Habala používá pro logickou spojku ekvivalence symbol $\equiv$, je možné se setkat také se symboly $\iff$, $\Leftrightarrow$, $\leftrightarrow$, popř. i s jinými;
4. pro tyto spojky také platí různá pravidla (kap. 1a.2), podívejte se na ně; přestože se nejedná o zvýrazněný pojem, důležitým pojmem je »tautologie«;
5. doporučuji si jak spojky, tak i pravidla pro práci s nimi, vypsat na zvláštní papír;
6. o používání logických spojek pojednává kapitola 1a.3, věnujte dostatek pozornosti příkladu s 29. únorem, je cenný;
7. z kapitoly 1a.3 byste si měli poznamenat co je: nutná podmínka, postačující podmínka, obrácení a obměna implikace;

8. celá kapitola je zakončena lehkým úvodem do predikátové logiky (kap. 1a.4), se zaměřením na kvantifikaci;
9. velkou pozornost věnujte pořadí kvantifikátorů a jejich negaci, včetně negace více kvantifikátorů najednou;
10. celé čtení zakončete poznámkou 1a.5 o „pracovní“ a „obecné“ proměnné;
11. pusťte se do cvičení.

Po studiu student:

1. je schopen vymezit základní binární logické spojky a význačnou unární logickou spojku;
2. umí pracovat s logickými spojkami, umí vyjádřit negaci libovolné základní binární logické spojky;
3. umí navrhnout implementaci logických spojek ve vybraném programovacím jazyce;
4. zná pravidla odvozování;
5. dokáže popsat rozdíl mezi nutnou a postačující podmínkou;
6. ví, co je tautologie a kontradikce;
7. ví, co je obrácení a obměna implikace;
8. umí popsat rozdíl mezi výrokovou a predikátovou logikou;
9. umí pracovat s kvantifikátory, dokáže je správně negovat;
10. umí vyřešit celé cvičení 1a.1, 1a.3 a 1a.5;
11. umí si poradit se cvičením 1a.2 a 1a.4.

3.2 Jazyk matematiky

Tato kapitola nás má seznámit s »matematičtinou« jakožto svébytným umělým jazykem, který budeme ve svém studiu nadále potřebovat. Této kapitole odpovídá text [3.1, str. 10–17].

Postup studia je následující:

1. přečtěte si celý text, tj. str. 11–17, jakmile získáte povšechnou představu co budeme studovat, vraťte se na začátek;
2. seznámíme se základním slohovým útvarem matematičtiny – definicí (str. 11 a 12);
3. rozhodně nevynechejte »poznámku stranou«;

4. pokračujte studiem slohového útvaru »věta« (str. 12 a 13);
5. projděte si „formalizaci“ a „deformalizaci“ jako procesy zápisu a čtení věty (str. 12);
6. na straně 13 si povšimněte dvou (dalších) druhů zápisů vět, jedná o přijaté zkratky, jak zapisovat věty;
7. projděte si příklad 1b.a;
8. přečtěte si nejprve odstavec před příkladem 1b.b a následně příklad 1b.b (str. 14–15);
9. věnujte sdostatek pozorni zejména bodu 3 daného příkladu;
10. poznámku 1b.2 si jen přečtěte, domnívám se, že její idea je vám známa;
11. každopádně věta: „Abychom to uzavřeli, pokud má student něco napsat slovy, měl by se zamyslet, zda jsou tam vyjádřeny všechny důležité logické náležitosti a zda svými slovy správně vystihl strukturu odpovídajícího logického výroku.“ jednoznačně charakterizuje o co nám po celou dobu při čtení jde;
12. pusťte se do cvičení, myslete na to, že přirozená čísla v tomto textu jsou bez nuly.

Po studiu student:

1. umí vymezit co je definice a rozlišit dva základní typy;
2. umí dát příklad nesprávně sestavené definice;
3. umí popsat ideu definici ve vybraném programovacím jazyce;
4. dokáže symbolicky zapsat matematické tvrzení;
5. dokáže přečíst symbolicky zapsané matematické tvrzení;
6. v rámci možností dokáže interpretovat matematické tvrzení;
7. vyřešit cvičení 1b.1 a 1b.2;
8. umí diskutovat úpravy, provedené ve cvičeních 1b.5 a 1b.6 a umí cvičení vyřešit.

3.3 Důkazy

Jedná se v podstatě o stěžejní text celého bloku. Matematické důkazy jsou tím, čím se tato věda odlišuje od věd ostatních. Celá kapitola je poměrně náročná a její studium je dobré si rozdělit do určitých částí. Také je rozumné se nebát sáhnout po nějaké další literatuře. Co lze rozhodně doporučit je: [4] nebo [5]. Nejsou to však jediné publikace, ty uvedené se věnují jednomu specifickému principu. Lze sáhnout např. po [6] nebo [7]. Této kapitole odpovídá text [3.1, str. 17–30].

V tomto předmětu nehrají důkazy stěžejní roli. Je zřejmé, že jinak k důkazům přistupuje matematik, jinak teoretický informatik a jinak informatický teoretik. A úplně jinak programátor. Přesto psaní programu (klasické programování, k jinému se neodvážím se vyjádřit) a stavba důkazů mají spoustu styčných bodů. Jedná se o konečné posloupnosti kroků, jejichž výstup má na konci něco splňovat. Používané kroky musí být logicky správné a ve vhodném pořadí. K dispozici jsou omezené zdroje (knihovny) apod. Z toho důvodu se domnívám, že je rozumné, aby se studenti informatiky seznámili s výstavbou důkazu a různými idejemi okolo ní.

Postup studia je následující:

1. přečtěte si část textu str. 17–19 a snažte se porozumět procesu dokazování;
2. než budete pokračovat dál, uvědomte si následující skutečnost: „rozumět neznamená umět"; jste schopni sledovat jednotlivé kroky nějakého vyvozování, dokazování či jiné posloupnosti kroků, pak můžete o sobě říci, že tomu rozumíte; pokud jste schopni tyto kroky provádět, popř. je sami vymýšlet, pak můžete říci, že to umíte; jenže rozumět neznamená umět – jsem si jist, že všem důkazům v tomto textu budete rozumět, pracujte však s textem tak, abyste se dostali, alespoň někde, do fáze umět; být totiž tvůrčí, to je jedna z nejkrásnějších vlastností matematiky (a samozřejmě programování);
3. vraťte se na začátek této části a ještě jednou si projděte konkrétní důkazy;
4. — **důkaz přímý** —
5. nyní je čas přistoupit k přímému důkazu (str. 19–24) – pročtěte si celou kapitolu;
6. vraťte se k příkladu 1c.c, v rámci rozboru se zaměřte na bod 2) a platnost implikace na základě nesplněného předpokladu;
7. důležité! povšimněte si návyku, který je prezentován u každého (nácvikového) důkazu:

   „Jestliže $x > 5$, pak … a proto $[x > 5 \Rightarrow x^2 > 25]$ platí."

   Právě ta výpustka je mechanismus celého důkazu, který hledáme.
8. pročtěte si úvahu, která začíná na konci str. 19 a pokračuje na str. 20;
9. podívejte se na větu na str. 20; připomínám, že tato kapitola není o větách, ale o důkazech, tedy tato věta je právě to, co nás zajímá nejméně; daleko důležitější je to, co následuje – překlad do logiky, a hlavně, upozornění na jednu zásadní a obvyklou chybu: používání jedné a téže proměnné ve dvou významech; vraťte se na poznámku 1a.5 o pracovní a obecné proměnné;
10. na str. 21 nahoře je základní charakteristika přímého důkazu:

    „Takto tedy vypadá správný přímý důkaz: Začne tím, co známe, a pomocí kroků, které jsme schopni odůvodnit, dojdeme k tomu, co potřebujeme."

11. str. 21 nám popisuje tvorbu důkazu, v horní polovině stránky jsou úvahy o tvorbě důkazu, ve spodní polovině stránky je popis jedné obvyklé chyby, která se v řadě studentských řešení objevuje;

12. text až do začátku poznámky na str. 22 jen přečtěte;

13. věnujte se nyní poznámce na str. 22, opět popisuje jednu z obvyklých chyb;

14. závěr této části kapitoly je opět věnován dvěma přímým důkazům, projděte si je, abyste měli jistotu, že se v dané problematice pohybujete.

15. — **důkaz nepřímý** —

16. nyní je čas přistoupit k nepřímému důkazu (str. 24) – pročtěte si celou kapitolu (nemělo by to dlouho trvat);

17. — **důkaz sporem** —

18. nyní je čas přistoupit k důkazu sporem (str. 24–25) – pročtěte si celou kapitolu (nemělo by to dlouho trvat);

19. podívejte se nyní na tento důkaz a jeho vymezení;

20. projděte si důkaz věty 1c.6 – doporučuji písemně provádět kroky, které jsou v textu zapsány;

21. — Jak na důkazy —

22. poslední část této části textu (str. 25–29) je věnována celé řadě úvah, týkajících se postupu, jak vytvářet důkazy; svým způsobem je to důstojné zakončení, kdyby… uvidíte dál; každopádně věnujte té části sdostatek pozornosti;

23. podívejte se na příklad 1c.e – ukazuje obvyklou „začátečnickou" chybu;

24. – **důkaz matematickou indukcí** —

25. v tuto chvíli musíme udělat odskok k jinému textu a to k [2.5], přičemž nás budou zajímat str. 1–7;

26. nejprve si přečtěte předložený text, soustřeďte se na něj jako na celek;

27. nyní se zaměříme na definici 5a.1 [2.5, str. 1];

28. zaměřte se na poznámku pod definicí a hlavně na rozlišení »základního kroku« (já říkám »nalezení startovacího prvku«) a »indukčního kroku« (já říkám »přehazovací mechanismus«);

29. pokračujte příkladem 5a.a, pokud jste se na střední škole s důkazem matematickou indukcí nesetkali, věnujte mu sdostatek pozornosti;

30. podívejte se na poznámku 5a.2 – opět se týká obvyklé chyby, jako byl příklad 1c.e z [3.1, str. 28];
31. podívejte se na příklad 5a.b – je to příklad, který se týká dělitelnosti, opět, pokud jste se nesetkali na střední škole s důkazy dělitelnosti, pak tomuto příkladu věnujte pozornost; doporučuji si jej přepsat a opatřit komentářem;
32. přeskočte příklad 5a.c;
33. příklad 5a.d si přečtěte;
34. poznámka 5a.3 (str. 4) je velmi důležitá, věnujte jí pozornost a při konstrukci důkazu matematickou indukcí si ji připomeňte;
35. pro hlubší pochopení indukce si projděte příklady 5a.e a 5a.f; stejně tak si přečtěte i poznámky, které se (do)týkají těchto příkladů;
36. na závěr si ukážeme nevhodné či chybné použití důkazu matematickou indukcí – jedná se o příklady 5a.g, 5a.h a poznámku 5a.6.

Po studiu student:

1. dokáže vysvětlit základní ideu dokazování;
2. umí vymezit pojem »protipříklad« a jak se protipříklad projeví při programování (respektive při testování programu);
3. umí rozebrat náhodně zvolený středoškolský důkaz, tj. takový, který je možné udělat na gymnasiu;
4. umí demonstrovat použití přímého důkazu na jím zvolené matematické větě;
5. umí vysvětlit základní chyby při konstrukci přímého důkazu;
6. umí popsat vztah mezi důkazem přímým a nepřímým;
7. umí popsat, jaké jsou nutné předpoklady pro užití důkazu sporem, především o jakou logiku se jedná;
8. umí demonstrovat použití důkazu sporem na jím zvolené matematické větě;
9. umí popsat schéma a základní ideje důkazu matematickou indukcí;
10. umí demonstrovat použití důkazu matematickou indukcí na příkladu součtu řady;
11. umí demonstrovat použití důkazu matematickou indukcí na příkladu relace »dělí«;
12. umí v předloženém – nefungujícím – (libovolném) důkazu nalézt chybu.

4 Množiny

V rámci této kapitoly ještě chvíli budeme pracovat s textem [3.1]. Celé této kapitole je věnována část na str. 30–45.

Přestože se to nezdá, i množiny mají své nezastupitelné místo v informatice. Např. obyčejná deklarace proměnných není nic jiného, než vymezení se vůči množině.

Postup studia je následující:

1. přečtěte si část textu str. 30–32, zejména se věnujte poznámce;
2. přečtěte si definici na str. 32, rozhodně doporučuji, až si ji budete přepisovat, přepsat si ji s obratem „právě tehdy, když“ či jiným, jemu odpovídajícím, stejně tak nahradit slovo „ale“ konjunktivní spojkou; toto čiňte všude, kde na to narazíte;
3. podívejte se na tvrzení 1d.1 a zejména jeho důkaz; udělejte ten důkaz formálně správně, např. s použitím tabulky pravdivostních hodnot;
4. podívejme se na tvrzení 1d.2 a zejména jeho důkaz; povšimněte si poznámky na konci důkazu – opět se jedná o spolupráci s logikou;
5. podívejme se na tvrzení 1d.3 (str. 33) a jeho důkaz; opět věnujte pozornost důkazu, řada dalších důkazů je těmto třem velmi podobná;
6. následuje definice základních operací (str. 34) – »průnik«, »sjednocení« a »rozdíl« dvou množin, v této definici je, dle mého soudu poněkud nešťastně, umístěna ještě jedna definice a to »kartézský součin« dvou množin;
7. „operace“ kartézský součin je značně specifická, neboť po jejím provedení nezískáváme původní prvky vstupujících množin, ale prvky zcela nové – uspořádané dvojice; tedy touto operací vytváříme zcela nové prvky a na nich závislou množinu; **v tuto chvíli doporučuji tuto definici z tohoto balíku definic vyjmout, poznamenat si ji jako samostatnou definici, a nahradit ji definicí »doplňku do množiny«**;
8. nyní se podívejte na Vennovy diagramy pro různé počty množin;
9. věta 1d.4 popisuje základní vlastnosti množinových operací, stanovte si nejprve ideu důkazu a potom jej proveďte;
10. věta 1d.5 popisuje tzv. zákony pro počítání s množinami, důkazy jsou opět velmi podobné těm prvním třem (jeho část je uvedena na str. 37);
11. poznámka na konci strany 37 je velmi důležitá, věnujte jí pozornost;
12. podívejte se nejprve na úvahu na str. 38 a následně na definici na str. 39 (přeskočte kartézský součin – či spíše připište si jej na list, kam jste si napsali ten první);
13. následující definici a příklady 1d.a–1d.c přeskočte, či ponechte si ji jako rozšiřující učivo;

14. podívejte se na větu 1d.6 a uvědomte si ideu důkazu;
15. postupujte ve studiu dále a zaměřte se na definici »disjunktních množin«, popř. »po dvou disjunktních množin«;
16. podívejte se nyní na reprezentaci množin v počítači;
17. poslední, ale velmi důležitý pojem, je »potenční množina«, podívejte se na příklad a popište, jak vypadá potenční množina tříprvkové množiny.

Po studiu student:

1. umí intuitivně vymezit pojem množina;
2. umí popsat jakými způsoby zadáváme množiny a jaká jsou u toho rizika;
3. umí vymezit pojem »být podmnožinou«;
4. umí dokázat základní vlastnosti relace »být podmnožinou«;
5. umí definovat základní operace na množinách;
6. rozumí základní ideji Vennových diagramů a umí popsat konstrukci pro libovolný konečný počet množin;
7. umí sestrojit Vennův digram pro tři, čtyři i pět množin;
8. umí zdůvodnit, proč demonstrace Vennovými diagramy nelze považovat za korektní důkaz;
9. umí na Vennově diagramu demonstrovat základní matematické operace;
10. umí dokázat věty popisující vztahy základních množinových operací;
11. umí na Vennově diagramu demonstrovat vlastnosti množinových operací;
12. umí pracovat se sumačními zápisy pro průnik množin, sjednocení množina De Morganovy zákony;
13. umí definovat pojem »disjunktní množiny« a »po dvou disjunktní množiny« a pomocí symbolu pro prázdnou množinu také demonstrovat na příslušném Vennově diagramu;
14. umí definovat potenční množinu;
15. umí určit počet prvků potenční množiny, pokud původní množina byla konečná;
16. umí dokázat větu o počtu prvků potenční množiny, pokud původní množina byla konečná;
17. umí uvést příklad reprezentace množin v počítači;

18. umí vyřešit cvičení 1d.1−1d.3;
19. umí se zorientovat v úloze 1d.4;
20. ti, kteří si rozšířili učivo, se umí zorientovat v úlohách 1d.5−1d.8.

5 Úvod do algebry

Tato kapitola pokrývá celkem pět oblastí.

6 Úvod do aritmetiky

Reference

[1] Bušek, I., Boček, L., & Calda, E. (1995). *Matematika pro gymnázia: Základní poznatky z matematiky*. Praha: Prometheus, s. r. o.

[2] Habala, P. (2012). *Diskrétní matematika pro OI*. Dostupné z `https://math.feld.cvut.cz/habala/teaching/dma.htm`

[2.0] Habala, P. (2012). *Diskrétní matematika pro OI: Úvod, návod ke knize*. Dostupné z `https://math.feld.cvut.cz/habala/teaching/dma/dmknih00.pdf`

[2.5] Habala, P. (2012). *Diskrétní matematika pro OI: 5. Indukce a rekurze*. Dostupné z `https://math.feld.cvut.cz/habala/teaching/dma/dmknih05.pdf`

[3] Habala, P. (2018). *Diskrétní matematika pro OI*. Dostupné z `https://math.feld.cvut.cz/habala/teaching/dma.htm`

[3.1] Habala, P. (2018). *Diskrétní matematika pro OI: Úvod: logika, matematika, množiny*. Dostupné z `https://math.feld.cvut.cz/habala/teaching/dma/dmkni01.pdf`

[4] Výborný, R. (1963). *Matematická indukce*. Škola mladých matematiků, sv. 6. Praha: Mladá fronta. Dostupné z `https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/404193`

[5] Vrba, A. (1977). *Princip matematické indukce*. Škola mladých matematiků, sv. 40. Praha: Mladá fronta. Dostupné z `https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/403889`

[6] Thiele, R. (1985). *Matematické důkazy*. Praha: SNTL.

[7] Čech, V. (1971). *Proč děláme důkazy v matematice*. Praha: SPN.

[8] Kopka, J. (2001). *Teorie grup a dalších algebraických struktur*. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem. Dostupné z `https://kramerius.techlib.cz/kramerius-web-client/view/uuid:f9ebceab-6145-461b-9e2b-ad2bc0f58fa9?page=uuid:618dd218-654a-4571-ba68-fddb77349248`

[9] Evžen (ND). V004 Vyčerpal jsi všechny možnosti? *Slovíčko V100*. Dostupné z: `http://www.abcviry.cz/index.php/vse-o-krestanstvi/slovicko-nejen-pro-deti/27-krestanstvi-a-z/slovicko-a-z/138-slovicko-v100`